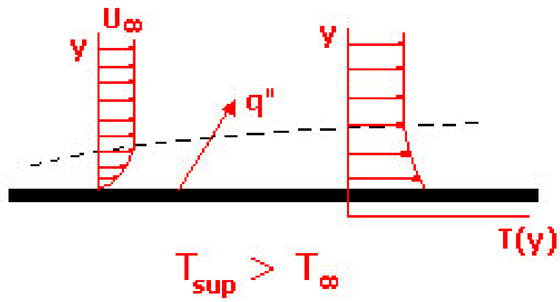
O número de Nusselt:



Distribuição de temperatura na camada limite para um fluido escoando sobre uma placa aquecida

Para y = 0 o calor flui somente por condução:

$$q_{\sup\rightarrow fluido} = -k_f A \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = \bar{h} A (T_S - T_\infty)$$

onde $\bar{h}$ = coeficiente médio de transmissão de calor por convecção

$$\frac{\bar{h}}{k_f} = \frac{\left.\dfrac{-\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_S - T_\infty}$$

Para transformar a equação para a forma adimensional, insere-se a dimensão L, que especifica a geometria do objeto do qual o calor flui:

$$\frac{\bar{h} L}{k_f} = \frac{\left.\dfrac{-\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{\dfrac{T_S - T_\infty}{L}}$$

A razão adimensional acima é denominada NÚMERO DE NUSSELT (Nu)

O número de Nusselt pode ser interpretado como a relação entre o gradiente de temperatura do fluido imediatamente em contato com a superfície e o *gradiente de temperatura de referência* $(T_S - T_\infty)/L$. Uma vez conhecido o seu valor, o coeficiente $\bar{h}$ pode ser calculado:

$$\bar{h} = \overline{Nu}\frac{k_f}{L}$$

AVALIAÇÃO DOS COEFICIENTES DE CALOR POR CONVECÇÃO:

O coeficiente $\bar{h}$ pode ser avaliado de diversas formas:

1) Análise dimensional combinada com experimentos;
2) Soluções matemáticas exatas das equações da camada limite;
3) Análise aproximada da camada limite por métodos integrais;
4) Analogia entre transferência de calor, massa e quantidade de movimento.

ANÁLISE DIMENSIONAL

EXEMPLO: Correlacionamento dos dados experimentais de transmissão de calor por convecção no caso de um fluido em escoamento transversal relativamente a um tubo.

Alguém imaginou que os seguintes parâmetros influenciariam no coeficiente de transferência de calor por convecção $\bar{h}$:

Parâmetros envolvidos	Símbolo	Dimensões
Diâmetro do tubo	D	L
Condutividade térmica do fluido	k_f	ML/θ^3T
Velocidade do fluido	V	L/θ
Densidade do fluido	ρ	M/L^3
Viscosidade do fluido	μ	$M/L\theta$
Calor específico à pressão constante	c_P	L^2/θ^2T^2

Ou $\bar{h} = f(D, k_f, V, \rho, \mu, c_P)$

A função $\bar{h}$ = f (D, k_f, V, ρ, μ, c_P) pode ser reescrita da seguinte forma:

F ($\bar{h}$,D, k_f, V, ρ, μ, c_P) = 0

n = 7 parâmetros

k = 4 dimensões

E portanto obteremos (n - k) parâmetros adimensionais, neste caso,

7 - 4 = 3 parâmetros adimensionais.

Para este fim, escolhemos <u>quatro</u> parâmetros que se repetem (o número de dimensões utilizadas para descrever os parâmetros envolvidos):

k_f, D, μ e V

E calculamos as razões adimensionais da seguinte forma:

O primeiro, que envolve o coeficiente de convecção $\bar{h}$:

$$\Pi_1 = k_f^a D^b \mu^c V^d \bar{h} = \left(\frac{ML}{\theta^3 T}\right)^a L^b \left(\frac{M}{L\theta}\right)^c \left(\frac{L}{\theta}\right)^d \left(\frac{M}{\theta^3 T}\right) = M^0 L^0 T^0 \theta^0$$

resolvendo para:

M $\rightarrow$ a + c + 1 = 0
L $\rightarrow$ a + b - c + d = 0
T $\rightarrow$ -a - 1 = 0
θ $\rightarrow$ -3a - c - d - 3 = 0

resolvendo o sistema de equações:

a = -1 b = 1 c = 0 d = 0, e voltando à equação acima:

$$\Pi_1 = k_f^{-1} D^1 \bar{h} = \frac{D\bar{h}}{k_f}$$ que é o número de Nusselt !!!

Do mesmo modo podemos calcular as outras duas razões adimensionais:

$$\Pi_2 = \frac{VD\rho}{\mu}$$ que é o número de Reynolds

e

$$\Pi_3 = \frac{c_P \mu}{k_f}$$ que é o número de Prandtl.

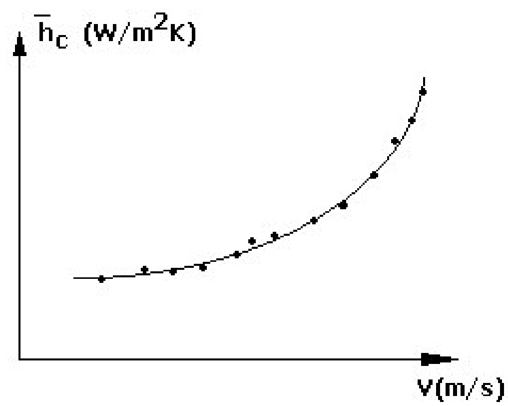
Então:

$F\left(\overline{N}u, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right) = 0$ ou $\overline{N}u = f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right)$

Embora $\bar{h}$ sofra influência de seis variáveis, com a ajuda da análise dimensional as sete variáveis foram combinadas em três grupos adimensionais. Portanto, os dados experimentais podem ser correlacionados em termos de <u>três</u> variáveis em vez das <u>sete</u> originais.

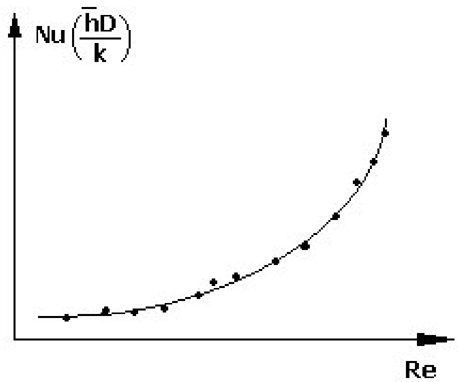
CORRELAÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Experimento: Ar escoando sobre um tubo de 25,4mm de diâmetro externo. Mediu-se $\bar{h}$ para velocidades variando de 0,03 a 30,48m/s. (Re variou de 50 a 50.000)



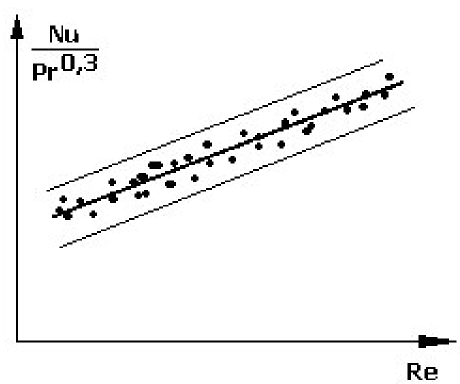
A curva permite a determinação de $\bar{h}$ para qualquer velocidade <u>no caso acima</u>. Porém, não vale para cilindros maiores ou menores, ou se o ar estiver sob pressão, sua densidade for diferente, etc...

Se os dados forem reapresentados em termos de grupos adimensionais pertinentes os resultados dos testes podem ser aplicados a vários outros problemas.



Esta correlação permite a avaliação de $\bar{h}$ para o ar escoando sobre um tubo ou fio de qualquer diâmetro.

Em um gráfico log x log (Kreith (1977), pág 261) pode-se mostrar resultados para ar, água e óleos em escoamento sobre tubos e fios para um grande intervalo de temperaturas, diâmetros e velocidades.



A inclinação da linha reta é aproximadamente igual a 0,4 e o valor para Re = 1 é 0,82. A equação de correlação empírica seria portanto:

$$\frac{\overline{Nu}}{\mathrm{Pr}^{0,3}} = 0{,}82\,\mathrm{Re}^{0,4}$$

E, para escoamentos de fluido cruzado sobre tubos seria razoável avaliarmos o coeficiente de transferência de calor por:

$$\overline{Nu} = 0{,}82\,\mathrm{Re}^{0,4}\,\mathrm{Pr}^{0,3} = \frac{\bar{h}D}{k_f}$$

PRINCÍPIO DA SEMELHANÇA

O comportamento de dois sistemas será semelhante se as relações de suas forças e velocidades forem as mesmas. Sob condições de convecção forçada em sistemas geometricamente semelhantes, os campos de velocidades serão semelhantes desde que a relação entre as forças viscosas e de inércia seja a mesma em ambos os escoamentos. Re expressa a relação entre estas forças. Então se em dois escoamentos geometricamente semelhantes os números de Re forem iguais, os campos de velocidades serão semelhantes.

O número de Prantl (Pr) relaciona a difusividade viscosa que afeta a distribuição de velocidades e a difusividade térmica que afeta o perfil de temperatura.

Difusividade térmica $=\left(\dfrac{k}{\rho c_P}\right)$ difusividade viscosa $= \nu = \dfrac{\mu}{\rho}$

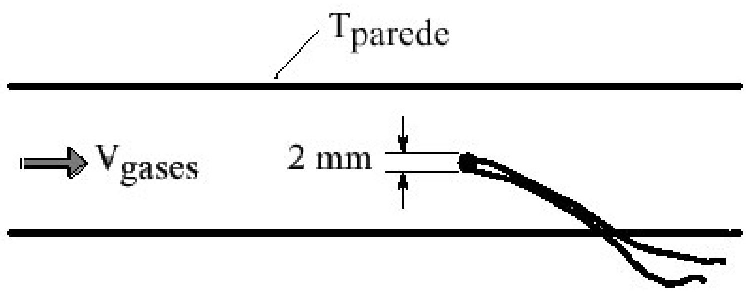
$$\Pr = \frac{c_P \mu}{k}$$

em outras palavras, Pr é um grupo adimensional que relaciona a distribuição de temperaturas à distribuição de velocidades.

Portanto, em sistemas geometricamente semelhantes com mesmos números de Re e Pr, a distribuição de temperatura será semelhante.

De acordo com sua definição, o número de Nusselt é a relação entre o gradiente de temperatura na interface fluido-superfície e o gradiente de temperatura de referência. Esperamos, portanto, que, em sistemas que têm geometria semelhante e campos de temperatura semelhantes, os valores numéricos dos números de Nusselt sejam iguais.

EXERCÍCIO:



Deseja-se medir a temperatura dos gases de combustão que escoam em uma tubulação industrial a uma velocidade de 4m/s. Para tanto, uma junção termopar, com formato aproximadamente esférico, é inserida no interior da tubulação conforme a figura.

Sabendo-se que as paredes resfriadas da tubulação estão a 90^oC e que o termopar, cuja junção tem aproximadamente 2mm de diâmetro, acusa uma temperatura de 550^oC, determine a temperatura dos gases de combustão.

Dados:

Propriedades do termopar:

$\varepsilon = 0,6$ $\quad$ $k = 100$ W/mK

Propriedades dos gases:

$k = 0,05$ W/mK $\quad$ $\nu = 50 \times 10^{-6} m^2/s$ $\quad$ Pr = 0,69

$$q_{rad} = \varepsilon\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) \qquad \sigma = 5,67 \times 10^{-8}\left(\frac{W}{m^2K^4}\right)$$

$$q_{conv} = \bar{h}A\left(T_S - T_\infty\right) \qquad \overline{Nu} = \frac{\bar{h}D}{k} = 2 + \left(0,4\,\mathrm{Re}^{1/2} + 0,06\,\mathrm{Re}^{2/3}\right)\mathrm{Pr}^{0,4}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \qquad Area = \pi D^2 \qquad \text{Volume} = \frac{\pi D^3}{6}$$